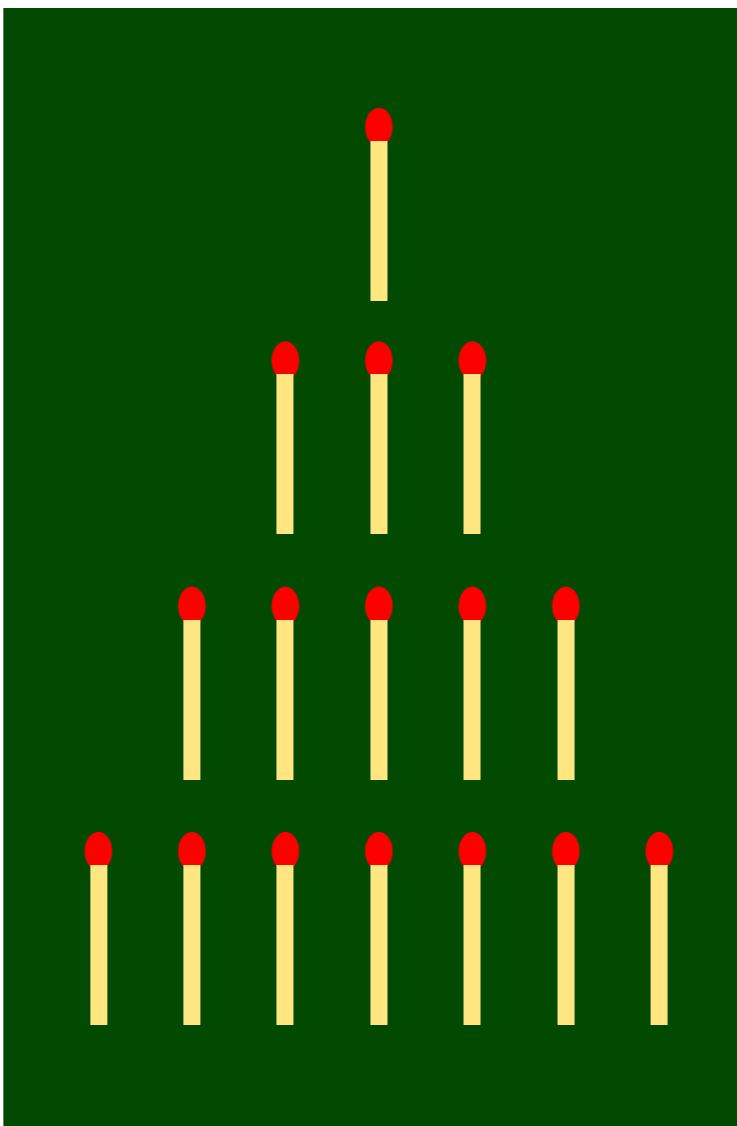
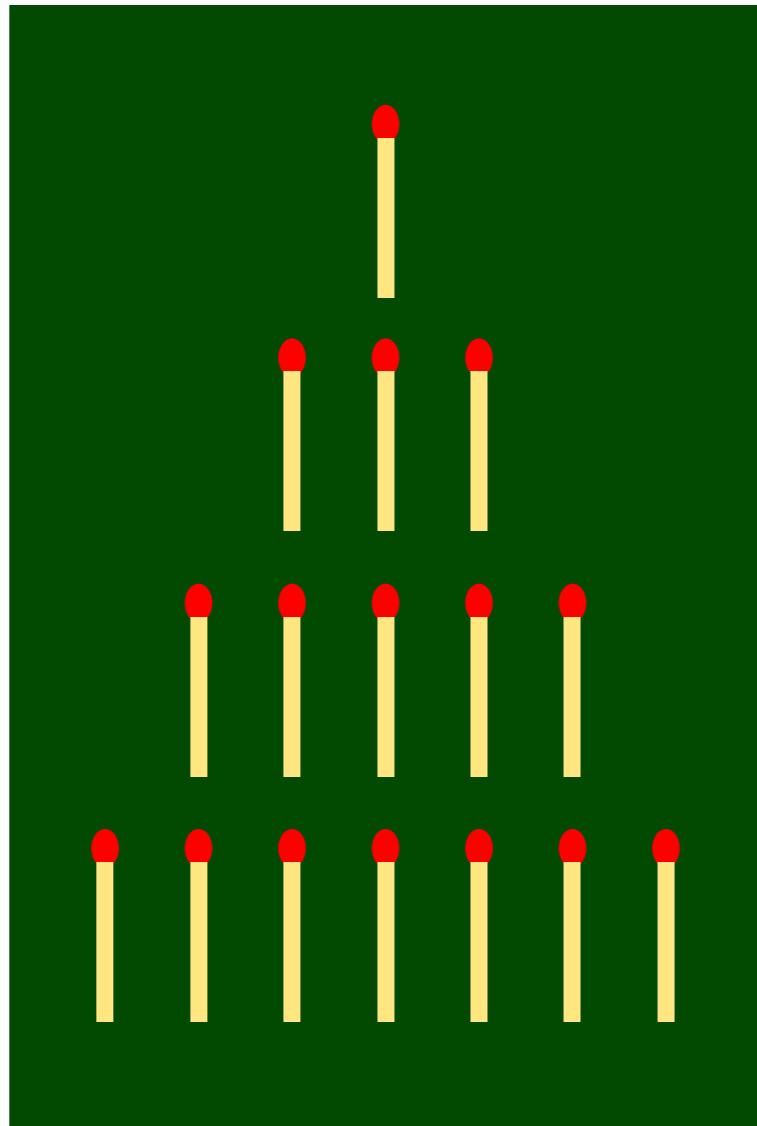


Giochi imparziali



Nim



**Gioca: estrai un numero qualsiasi di oggetti
da una singola pila**

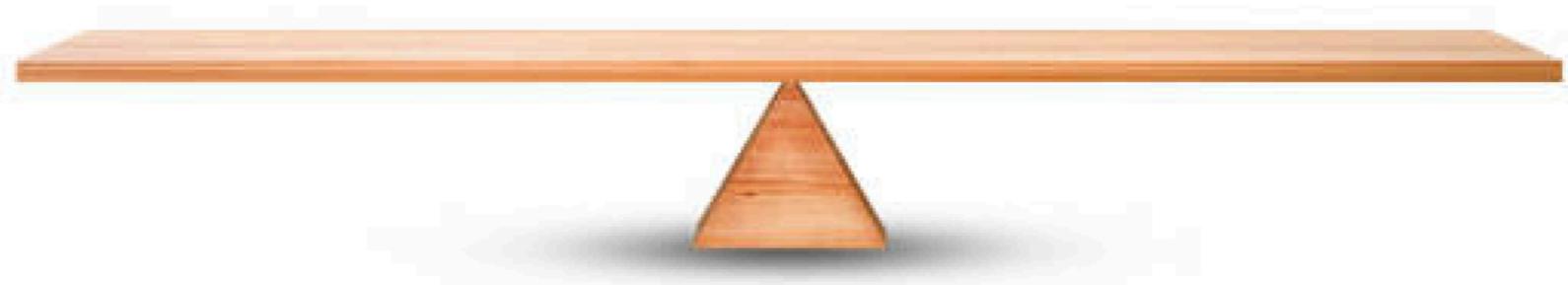
**Gioca: estrai un numero qualsiasi di oggetti
da una singola pila**

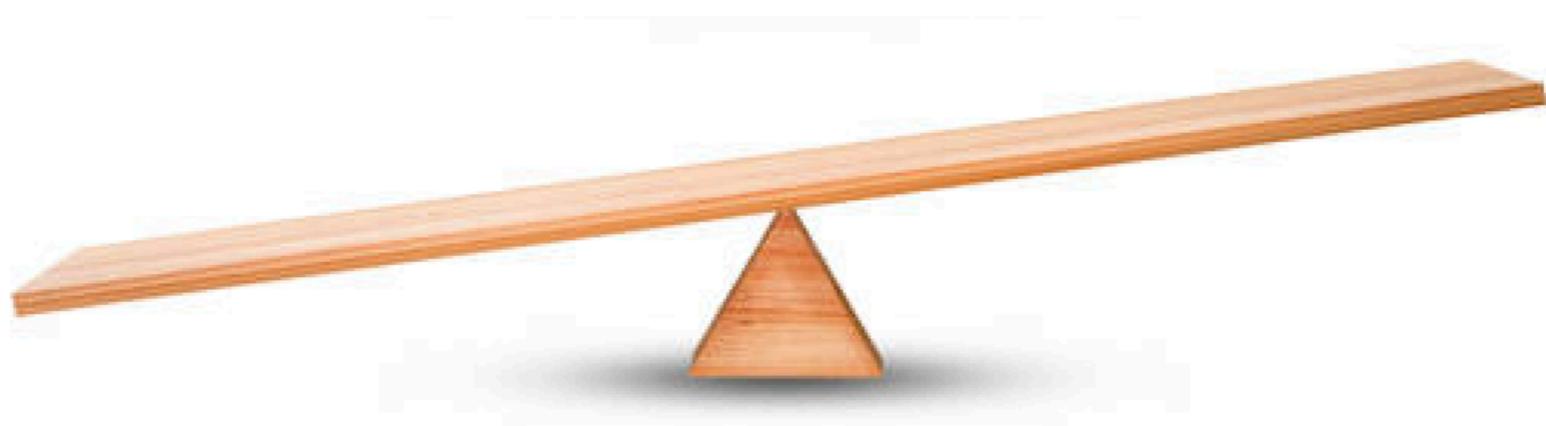
Chi non riesce a fare una mossa perde.

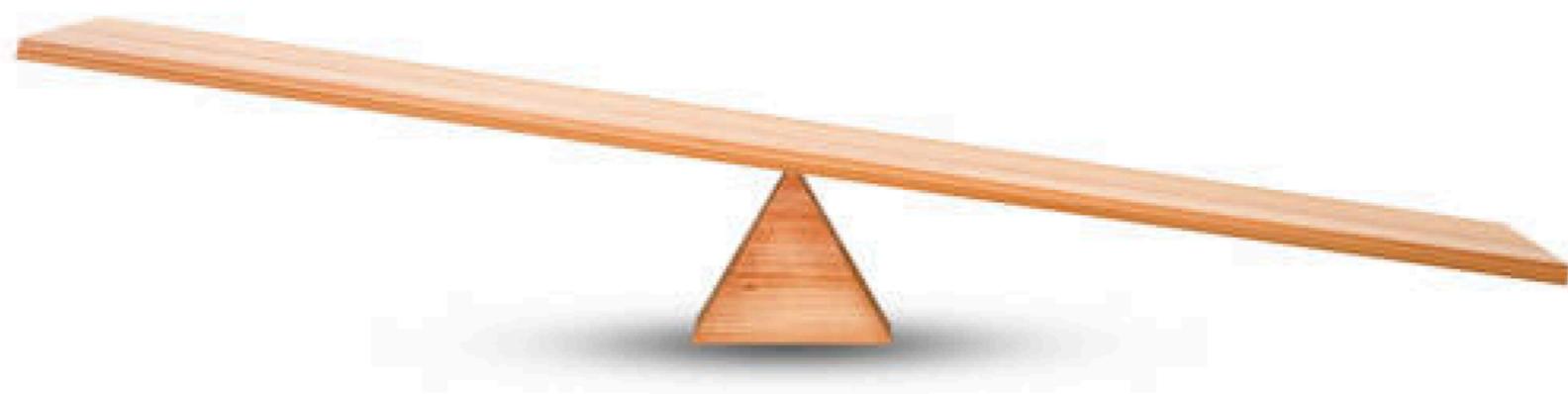
Strategia:

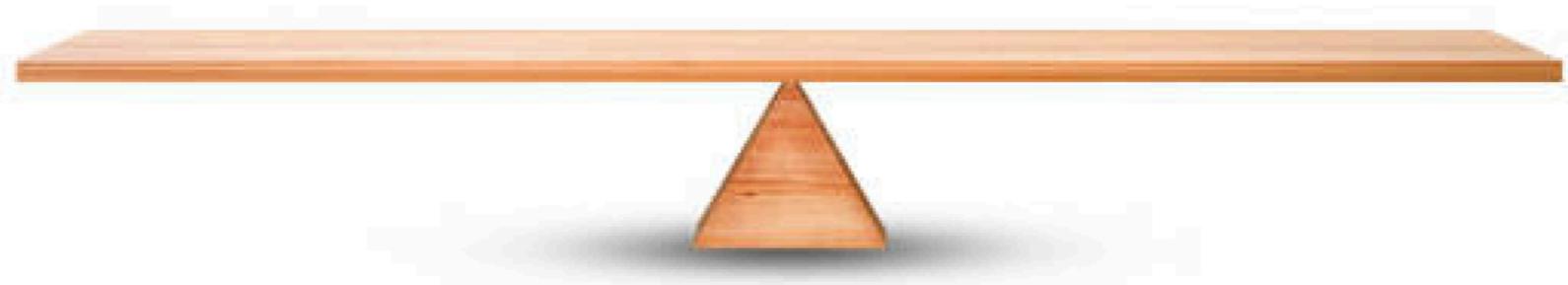
Strategia:

Raggiungere l'equilibrio









Giochi imparziali

Giochi imparziali

- Due giocatori, alternando mosse uguali

Giochi imparziali

- Due giocatori, alternando mosse uguali
- Informazione completa

Giochi imparziali

- Due giocatori, alternando mosse uguali
- Informazione completa
- Niente azzardo

Giochi imparziali

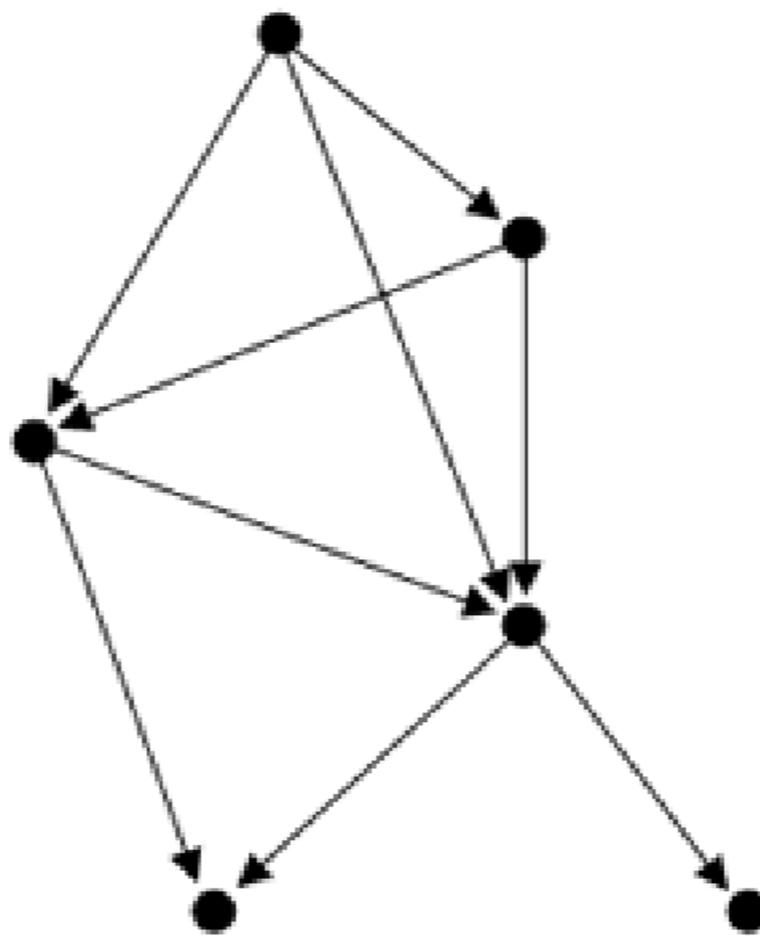
- Due giocatori, alternando mosse uguali
- Informazione completa
- Niente azzardo
- Nessun pareggio

Giochi imparziali

- Due giocatori, alternando mosse uguali
- Informazione completa
- Niente azzardo
- Nessun pareggio

Chi non riesce a fare una mossa perde.

Grafo



Grafo

Grafo

- Posizione terminale: P

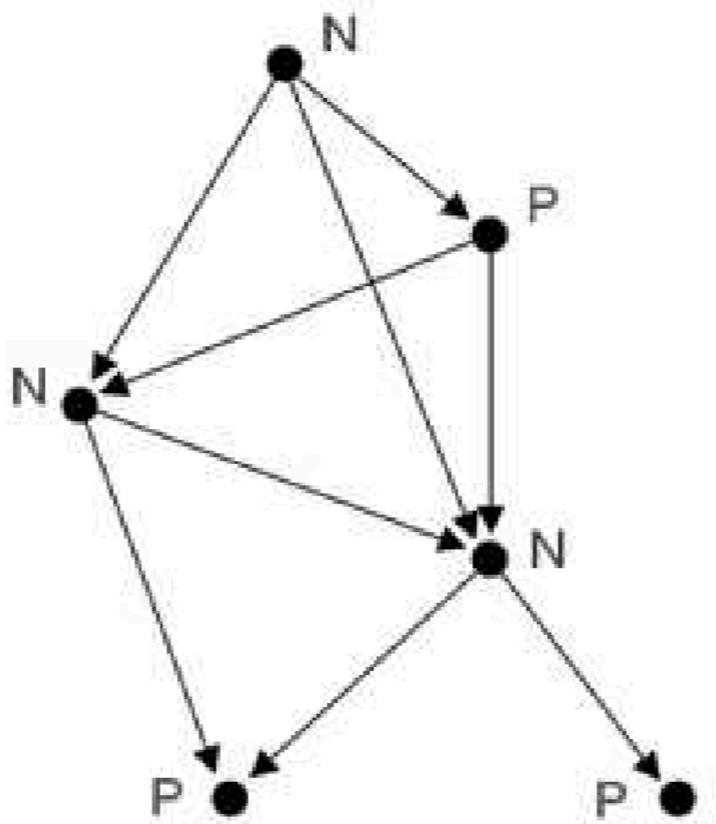
Grafo

- Posizione terminale: P
- Se va a una qualsiasi P: N

Grafo

- Posizione terminale: P
- Se va a una qualsiasi P: N
- Se va solo a N: P

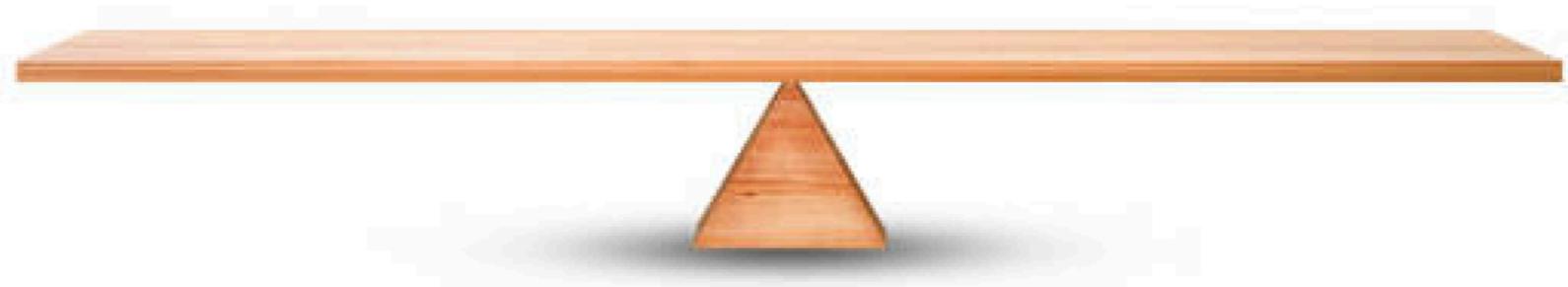
Grafo



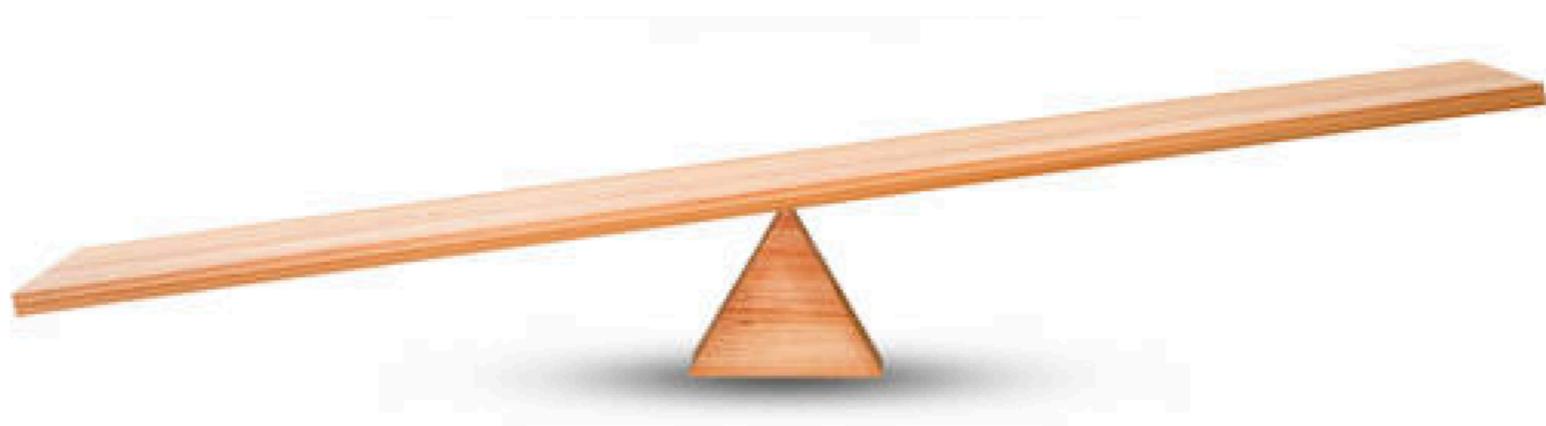
Strategia:

Strategia:

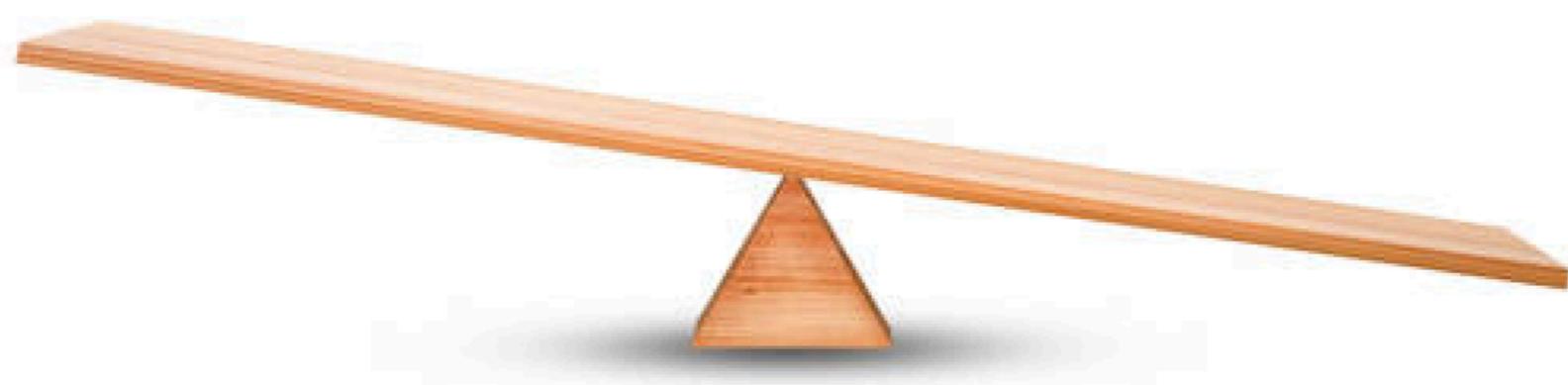
Raggiungere una posizione P



P

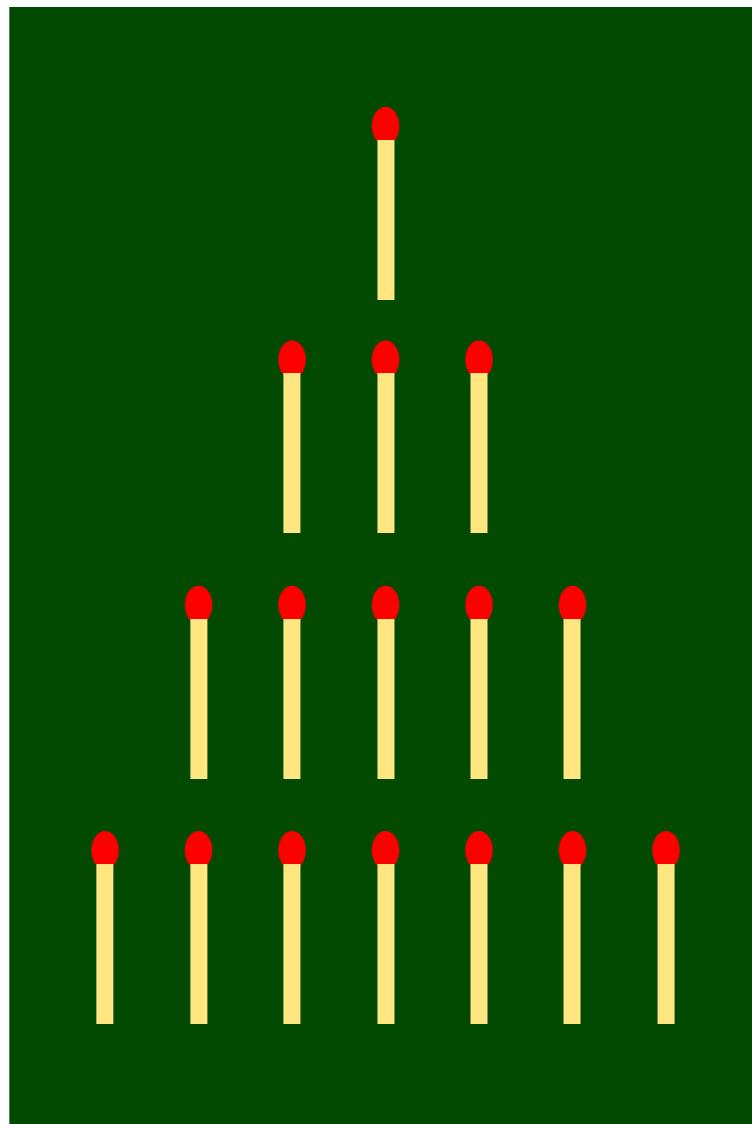


N



N

Il gioco di Nim



Il gioco di Nim

Come facciamo a sapere se le posizioni sono N o P ?

Il gioco di Nim

Per r pile:

Il gioco di Nim

Per r pile:

$$n_1 \# n_2 \# \dots \# n_r = 0 \quad P$$

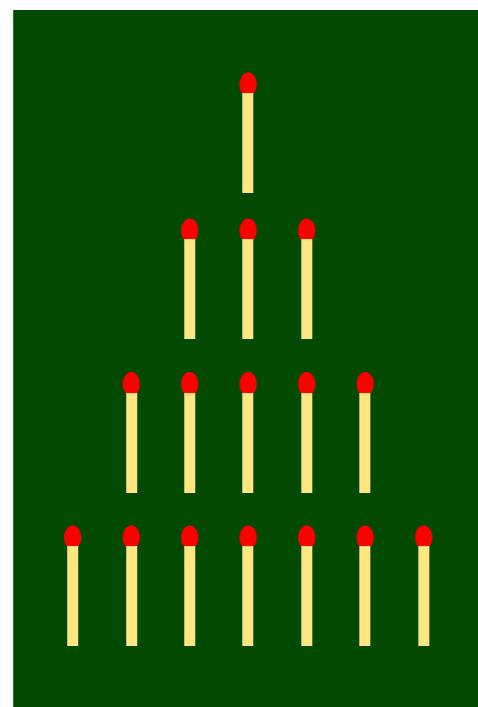
Il gioco di Nim

Per r pile:

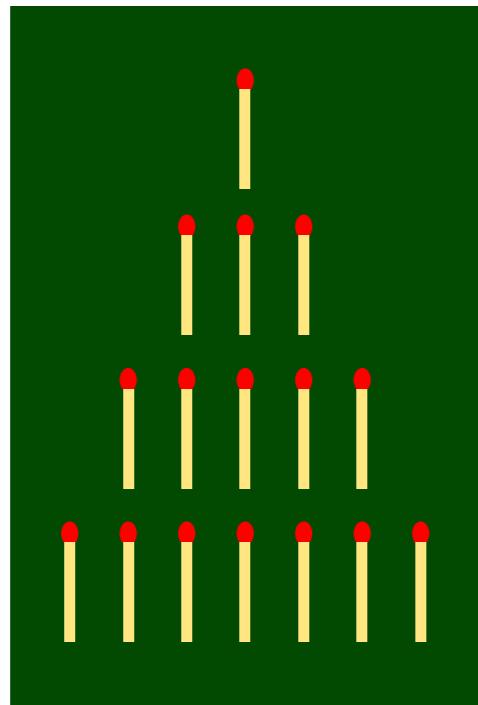
$$n_1 \# n_2 \# \dots \# n_r = 0 \quad P$$

: somma in binario come vettori

Il gioco di Nim

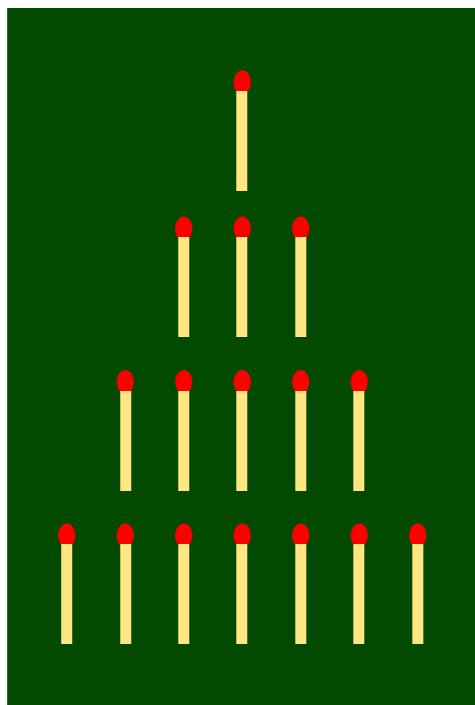


Il gioco di Nim



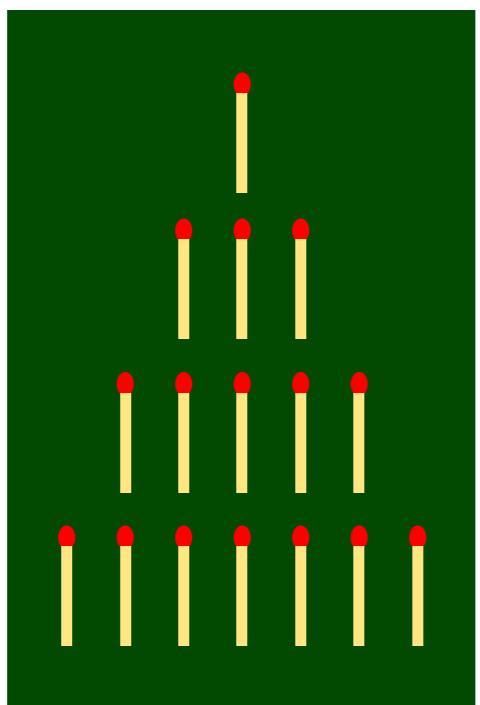
**001
011
101
111**

Il gioco di Nim



001
011
101
111
— —
000

Il gioco di Nim



001
011
101
111
— —
000

P

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Possiamo definire $G := G_1 \# G_2$

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Possiamo definire $G := G_1 \# G_2$

Come pile in NIM

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Possiamo definire $G := G_1 \# G_2$

Come pile in NIM

**Una mossa in G è una mossa
in G_1 o in G_2**

Non basta conoscere le posizioni P/N

Non basta conoscere le posizioni P/N

Serve più informazione

Non basta conoscere le posizioni P/N

Serve più informazione

La funzione di Grundy