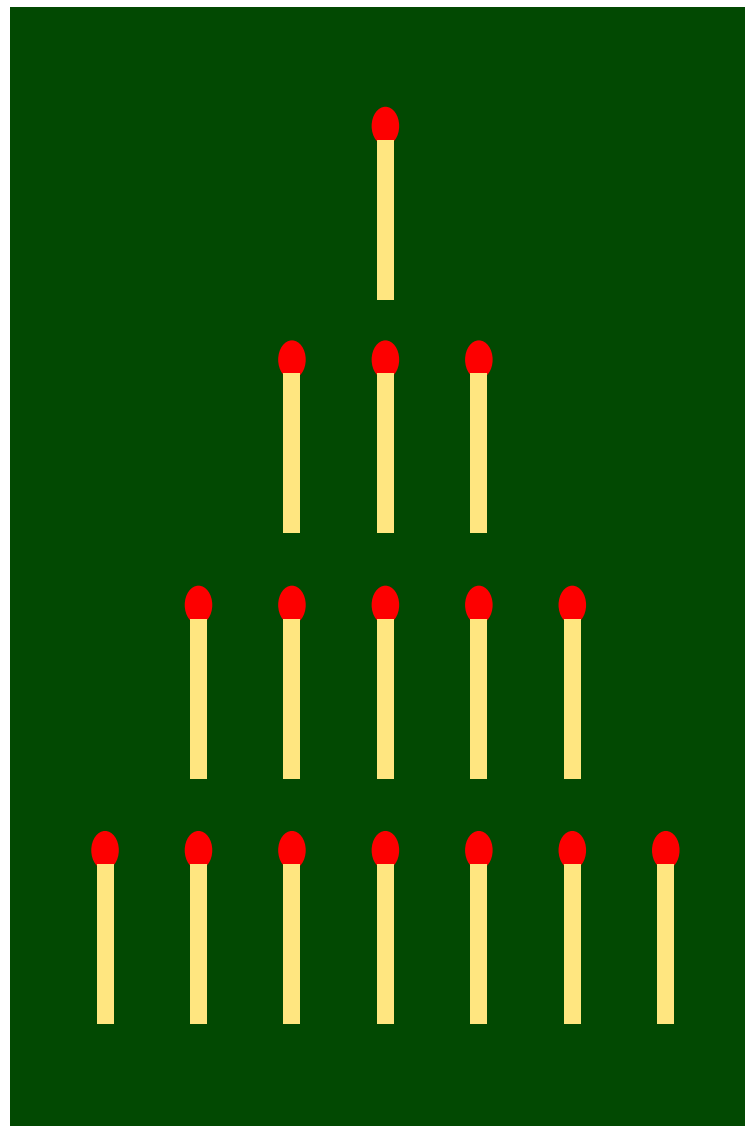
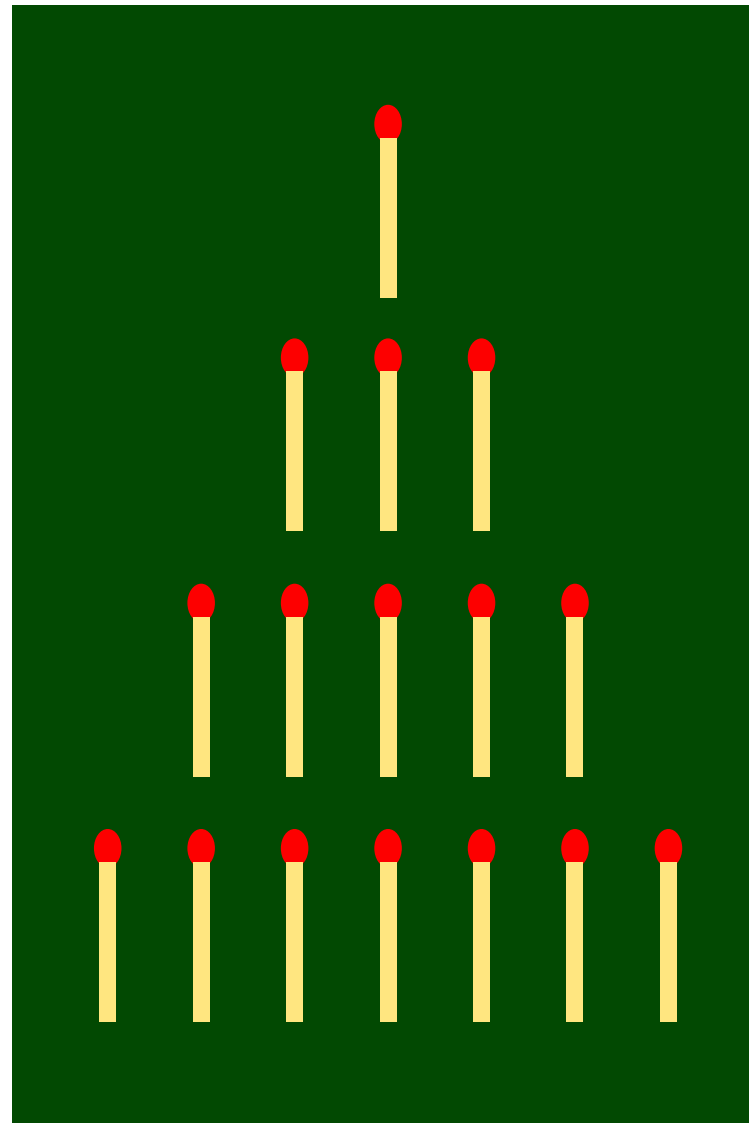


Giochi imparziali



Nim



Gioca: estrai un numero qualsiasi di oggetti
da una singola pila

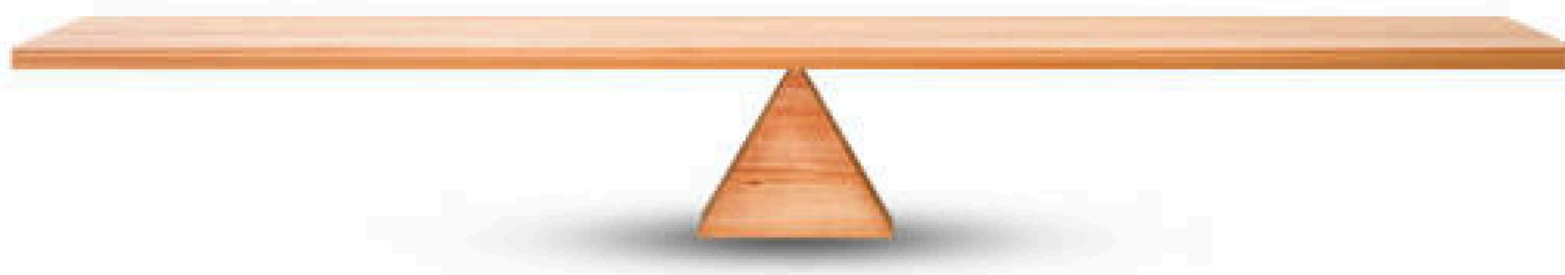
Gioca: estrai un numero qualsiasi di oggetti
da una singola pila

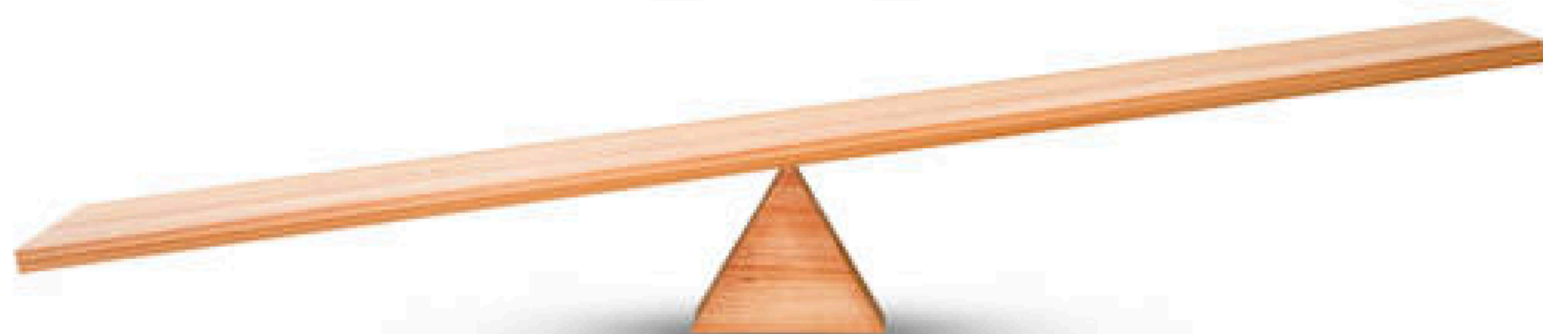
Chi non riesce a fare una mossa perde.

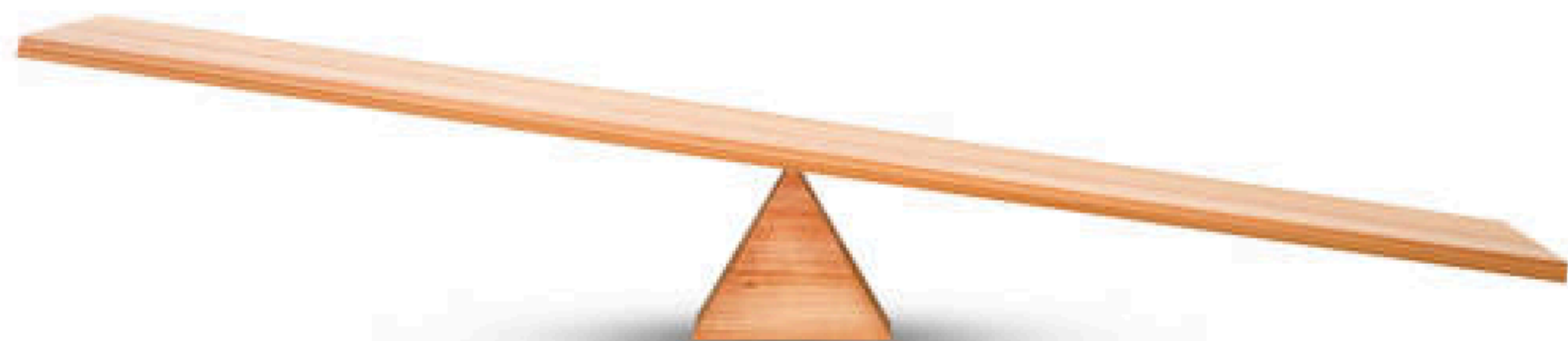
Strategia:

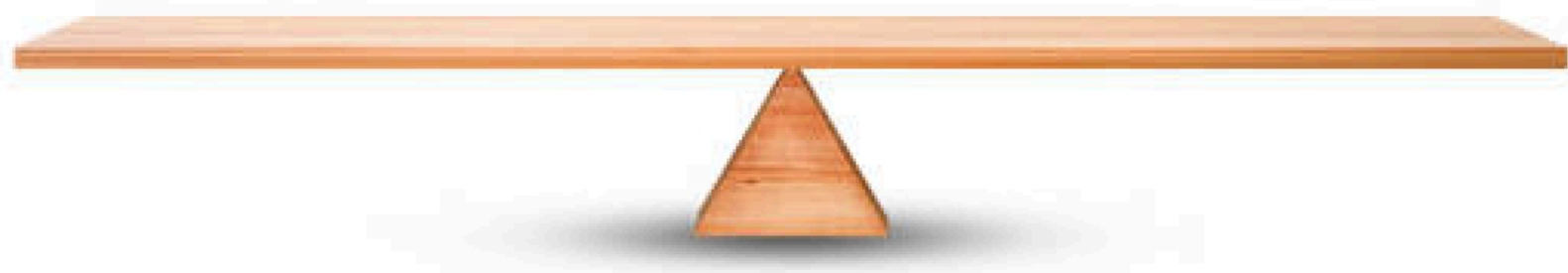
Strategia:

Raggiungere l'equilibrio









Giochi imparziali

Giochi imparziali

- **Due giocatori, alternando mosse uguali**

Giochi imparziali

- **Due giocatori, alternando mosse uguali**
- **Informazione completa**

Giochi imparziali

- **Due giocatori, alternando mosse uguali**
- **Informazione completa**
- **Niente azzardo**

Giochi imparziali

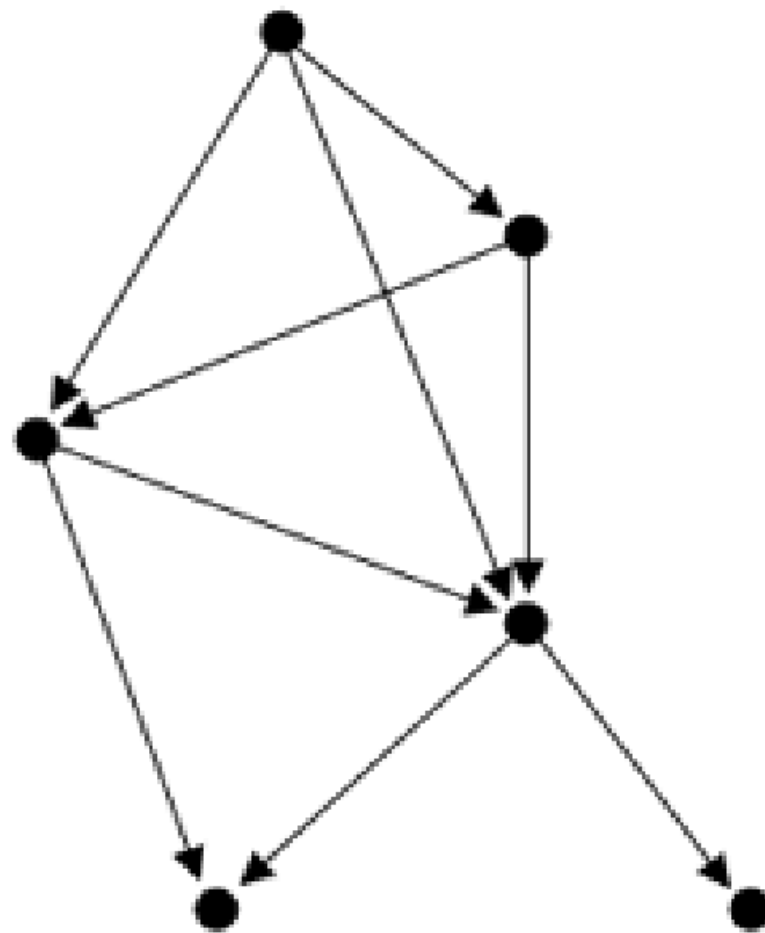
- **Due giocatori, alternando mosse uguali**
- **Informazione completa**
- **Niente azzardo**
- **Nessun pareggio**

Giochi imparziali

- **Due giocatori, alternando mosse uguali**
- **Informazione completa**
- **Niente azzardo**
- **Nessun pareggio**

Chi non riesce a fare una mossa perde.

Grafo



Grafo

Grafo

- **Posizione terminale:** P

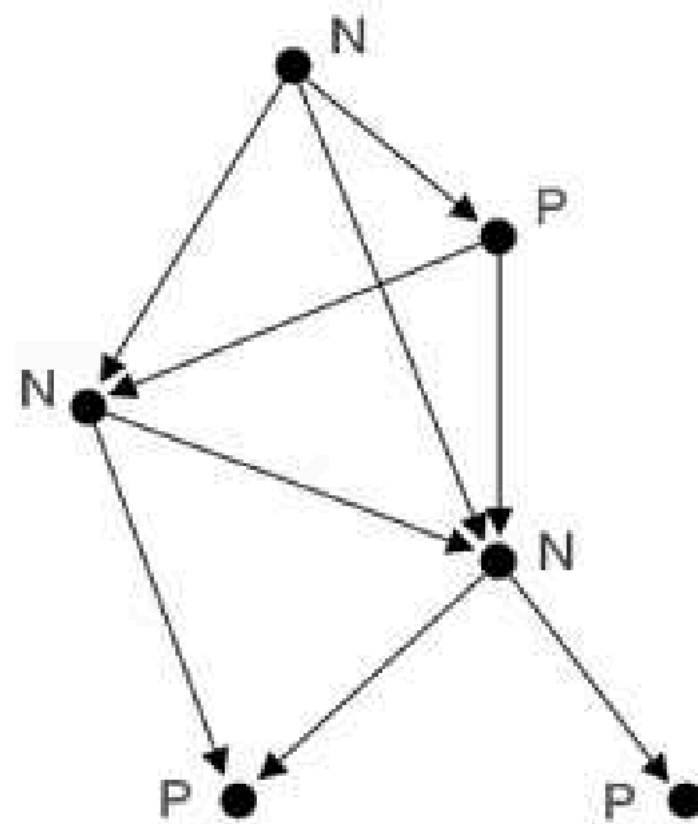
Grafo

- **Posizione terminale: P**
- **Se va a una qualsiasi P: N**

Grafo

- **Posizione terminale: P**
- **Se va a una qualsiasi P: N**
- **Se va solo a N: P**

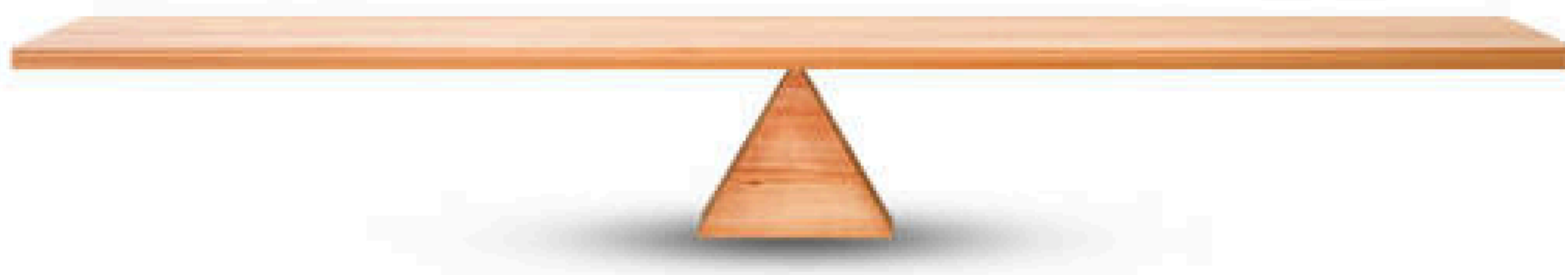
Grafo



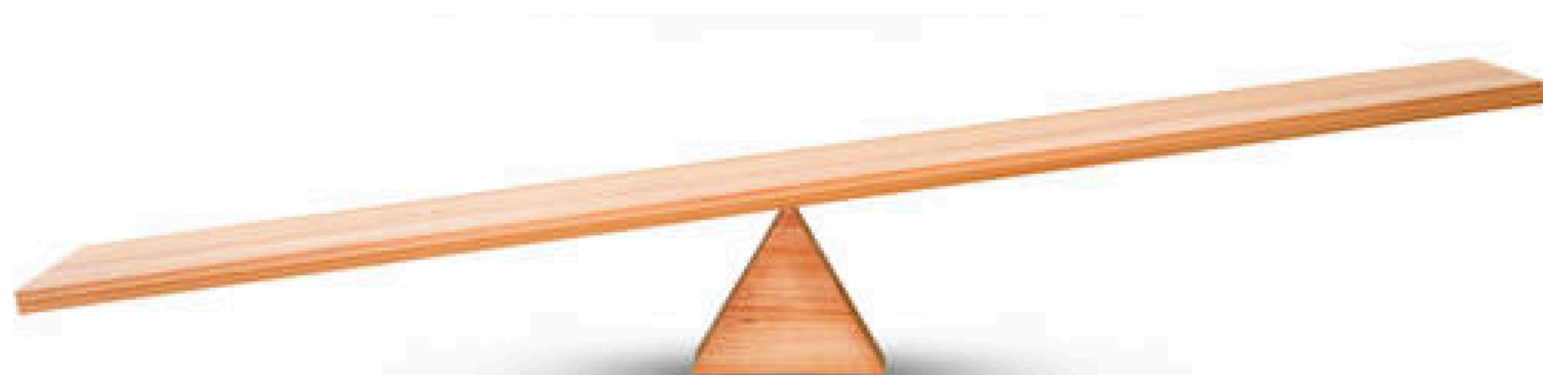
Strategia:

Strategia:

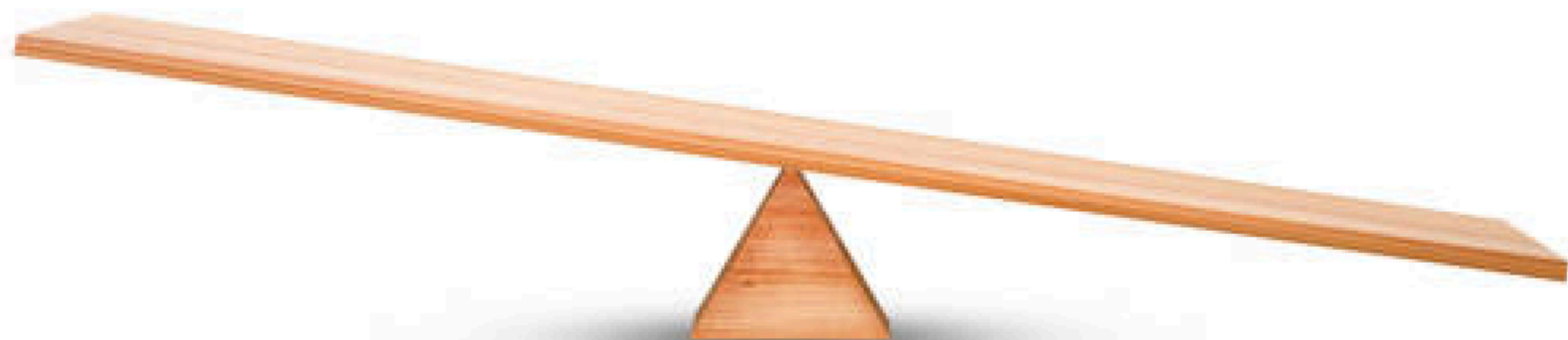
Raggiungere una posizione P



P

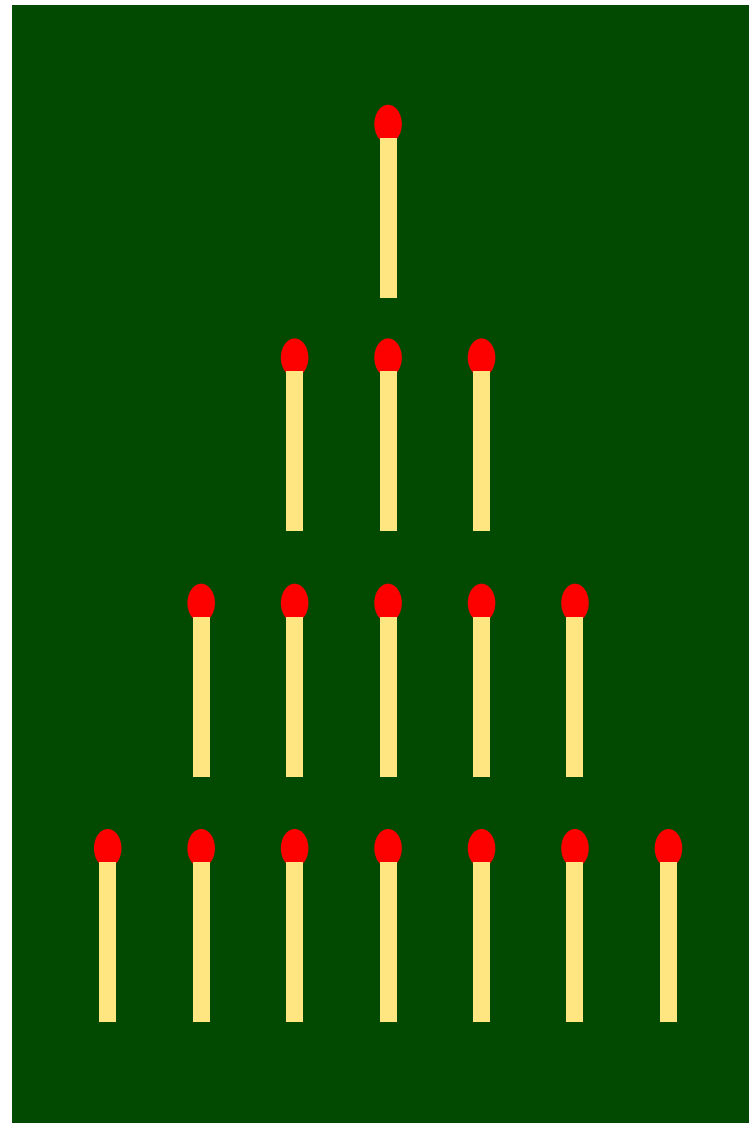


N



N

Il gioco di Nim



Il gioco di Nim

**Come facciamo a sapere se le
posizioni sono N o P ?**

Il gioco di Nim

Per r pile:

Il gioco di Nim

Per r pile:

$$n_1 \# n_2 \# \dots \# n_r = 0 \quad \mathbf{P}$$

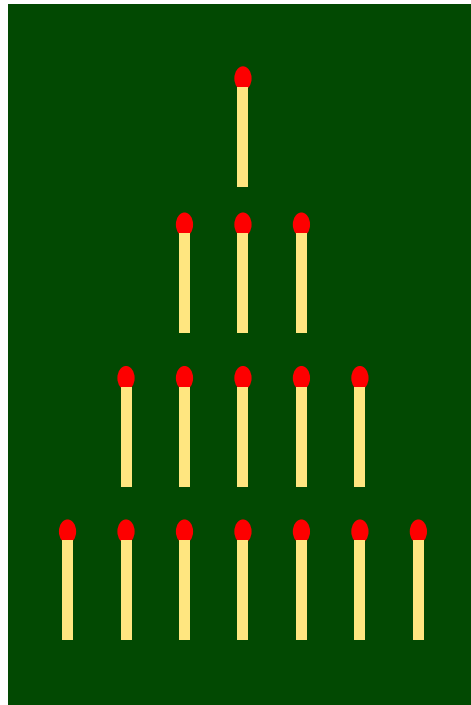
Il gioco di Nim

Per r pile:

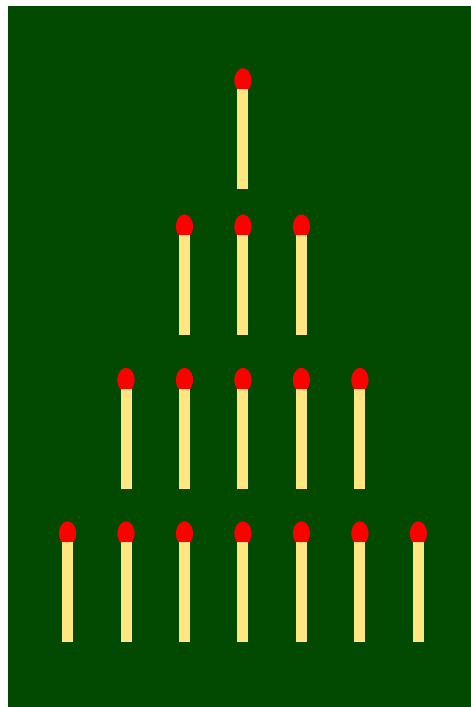
$$n_1 \# n_2 \# \dots \# n_r = 0 \quad \text{P}$$

: somma in binario come vettori

Il gioco di Nim



Il gioco di Nim



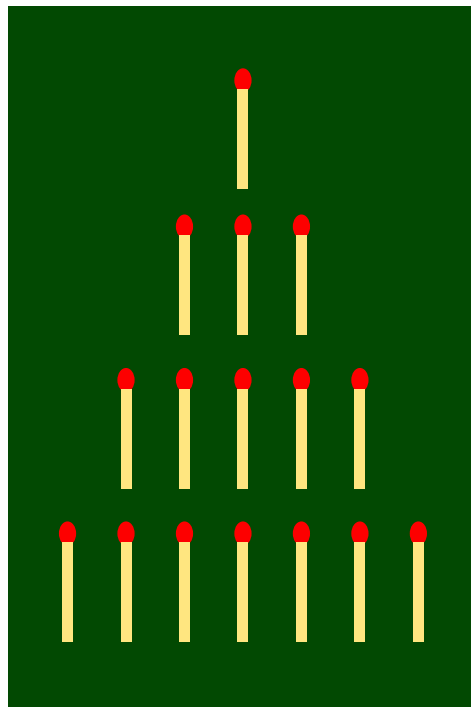
001

011

101

111

Il gioco di Nim



001

011

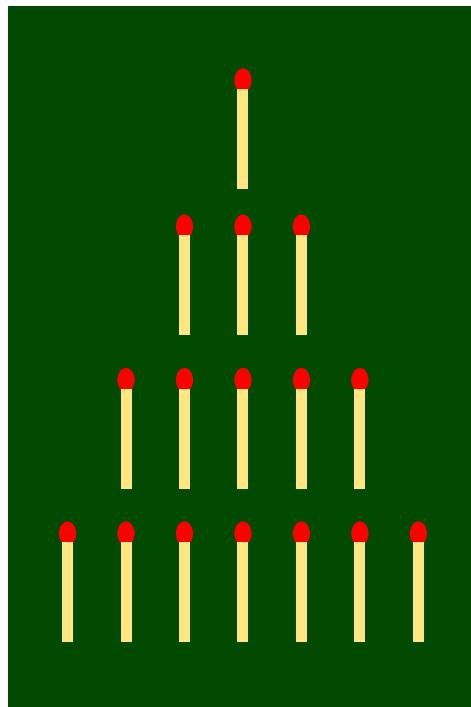
101

111

— —

000

Il gioco di Nim



001

011

101

111

— —

000

P

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Possiamo definire $G := G_1 \# G_2$

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Possiamo definire $G := G_1 \# G_2$

Come pile in NIM

Dati due giochi imparziali: G_1 e G_2

Possiamo definire $G := G_1 \# G_2$

Come pile in NIM

**Una mossa in G è una mossa
in G_1 o in G_2**

Non basta conoscere le posizioni P/N

Non basta conoscere le posizioni P/N

Serve più informazione

Non basta conoscere le posizioni P/N

Serve più informazione

La funzione di Grundy